Paulo Liebgott - Departamento de Física - UFSC
paulo.liebgott@ufsc.br

ENERGIA MECÂNICA DA PARTÍCULA

VARIAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Energia Mecânica da partícula: $E = K + U$.

$$\boxed{dE = \vec{F}_{np}\cdot d\vec{r} + \frac{\partial U_t}{\partial t}dt}$$

Dem.: Partícula em um ref. inercial e sob ação da força resultante

$$\vec{F} = \vec{F}_c + \vec{F}_t + \vec{F}_{np} \; ,$$

$$\vec{F}_c = -\vec{\nabla}U_c(\vec{r}) \; ; \quad \vec{F}_t(t) = -\vec{\nabla}U_t(\vec{r},t) \; ; \quad \vec{F}_{np} \to \text{Não potenciais}$$

$$E = K + U = K + U_c + U_t$$

$$dE = dK + dU_c + dU_t = (\vec{F}_c + \vec{F}_t + \vec{F}_{np})\cdot d\vec{r} + \underbrace{\vec{\nabla}U_c}_{-\vec{F}_c}\cdot d\vec{r} + \underbrace{\vec{\nabla}U_t}_{-\vec{F}_t}\cdot d\vec{r} + \frac{\partial U_t}{\partial t}dt$$

$$\Rightarrow \; dE = \vec{F}_{np}\cdot d\vec{r} + \frac{\partial U_t}{\partial t}dt \; .$$

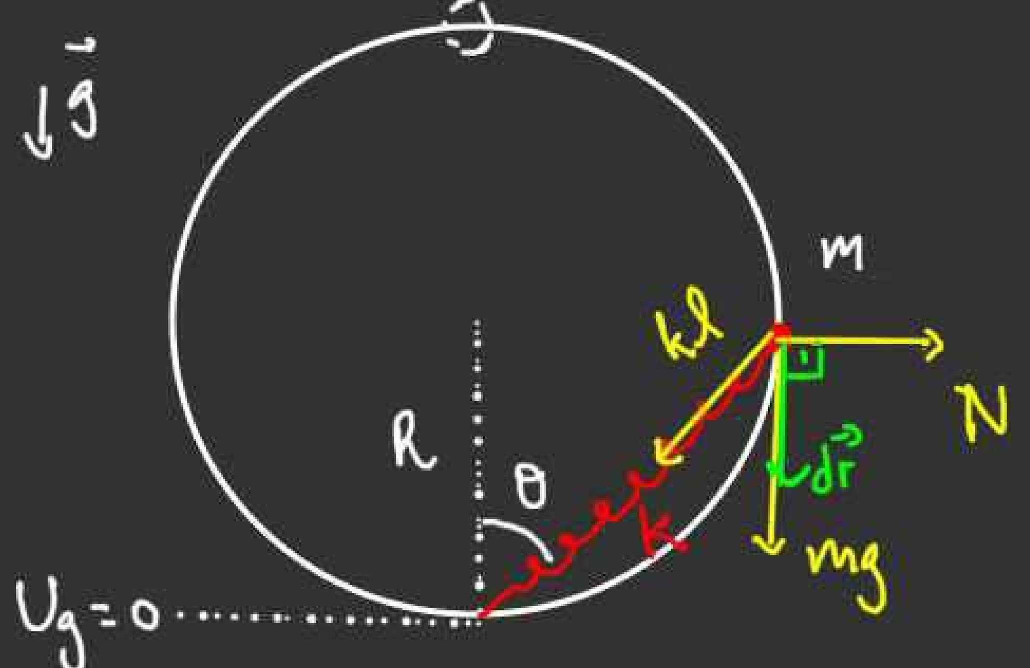
Variação finita da energia mecânica:

$$\Delta E = \int \vec{F}_{np}\cdot d\vec{r} + \int \frac{\partial U_t}{\partial t}dt \; .$$

Taxa de variação da energia mecânica:

$$\frac{dE}{dt} = \underbrace{\vec{F}_{np}\cdot\vec{v}}_{\text{Potência de } \vec{F}_{np}} + \frac{\partial U_t}{\partial t} \; .$$

Exemplo: Uma conta de massa m desloca-se sem atrito em um aro vertical de raio R. Ela é liberada, a partir do repouso, da posição mais alta e desloca-se sob ação da gravidade e de uma mola de constante elástica k e comprimento natural desprezível. Calcule a velocidade da conta em função do ângulo .

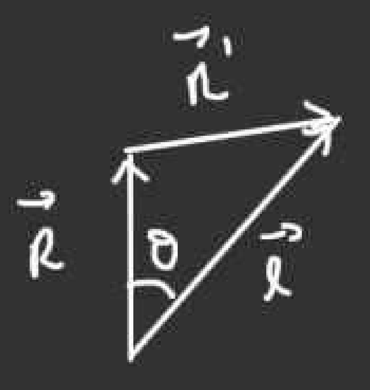


$$\Delta E = \int \underbrace{\vec{F}_{np}\cdot d\vec{r}}_{0} + \cancel{\int \frac{\partial U_t}{\partial t}dt}^{\,0}$$

$$\Delta E = 0 \quad \Rightarrow \quad E_i = E_f$$

$$E_i = \frac{1}{2}k(2R)^2 + mg2R$$

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\ell(\theta)^2 + mg\ell\cos\theta$$



$$\vec{R}' = \vec{\ell} - \vec{R}$$

$$\vec{R}'\cdot\vec{R}' = R^2 = \ell^2 + R^2 - 2R\ell\cos\theta$$

$$0 = \ell^2 - 2R\ell\cos\theta$$

$$\Rightarrow \; \ell = 2R\cos\theta \; .$$

$$\Rightarrow \; \frac{1}{2}k(2R)^2 + mg2R = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(2R\cos\theta)^2 + mg\,2R\cos^2\theta \; .$$

$$\Rightarrow \; \frac{1}{2}mv^2 = \frac{k}{2}4R^2\underbrace{(1-\cos^2\theta)}_{sen^2\theta} + mg2R\underbrace{(1-\cos^2\theta)}_{sen^2\theta}$$

$$\Rightarrow \quad mv^2 = 4R^2 sen^2\theta\left(k + \frac{mg}{R}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{4R^2}{m}sen^2\theta\left(k + \frac{mg}{R}\right)}$$

$$= 2R|sen\theta|\sqrt{\frac{k}{m} + \frac{g}{R}} \; .$$

$$v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2R\sqrt{\frac{k}{m} + \frac{g}{R}}$$