Paulo Liebgott - Departamento de Física - UFSC
paulo.liebgott@ufsc.br

EQUAÇÕES DE MOVIMENTO - FORÇA DEPENDENTE DA POSIÇÃO

$$\vec{F}(\vec{r}) = F_x(x,y,z)\,\hat{\imath} + F_y(x,y,z)\,\hat{\jmath} + F_z(x,y,z)\,\hat{k}$$

$$2^{a}\text{ L.N.}: \quad m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow m\frac{d^2\vec{r}}{dt} = \vec{F}$$

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F_x(x,y,z), \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = F_y(x,y,z), \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = F_z(x,y,z). \end{cases}$$

Sistema 3 EDO's 2^{a} ordem acopladas!

$\Rightarrow$ Equivalente a uma EDO de 6^{a} ordem.

Simplificação: $\vec{F} = F_x(x)\,\hat{\imath} + F_y(y)\,\hat{\jmath} + F_z(z)\,\hat{k}$.

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F_x(x), \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = F_y(y), \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = F_z(z). \end{cases}$$

Sistema desacoplado.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x(x). \Rightarrow m\frac{dv_x}{dt} = F_x(x). \Rightarrow v_x = v_x(x).$$

$$\Rightarrow m\frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt} = F_x(x).$$

$$\Rightarrow m v_x \frac{dv_x}{dx} = F_x(x).$$

$$\Rightarrow \int_{v_x(x_0)}^{v_x(x)} m v_x\, dv_x = \int_{x_0}^{x} F_x(x)\,dx \Rightarrow \frac{m}{2}v_x^2(x) - \frac{m}{2}v_x^2(x_0) = \int_{x_0}^{x} F_x(x)\,dx$$

$$v_x^2(x) = v_x^2(x_0) + \frac{2}{m}\int_{x_0}^{x} F_x(x)\,dx$$

$$\boxed{v_x(x) = \pm\sqrt{v_x^2(x_0) + \frac{2}{m}\int_{x_0}^{x} F_x(x)\,dx}}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x. \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{v_x^2(x_0) + \frac{2}{m}\int_{x_0}^{x} F_x(x)\,dx}$$

$$\pm\int_{x(0)}^{x(t)} \frac{dx}{\sqrt{v_x^2(x_0) + \frac{2}{m}\int_{x_0}^{x} F_x(x')\,dx'}} = \int_0^t dt$$

$$\boxed{t = \pm\int_{x(0)}^{x(t)} \frac{dx}{\sqrt{v_x^2(x_0) + \frac{2}{m}\int_{x_0}^{x} F_x(x')\,dx'}}}$$

Equações análogas p/ y e z.