Paulo Liebgott - Departamento de Física - UFSC
paulo.liebgott@ufsc.br

TEOREMA TRABALHO-ENERGIA

Partícula em um referencial inercial, sob ação de uma força resultante $\vec{F}$ e ao longo de uma trajetória arbitrária,

$$d\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt}\,dt$$

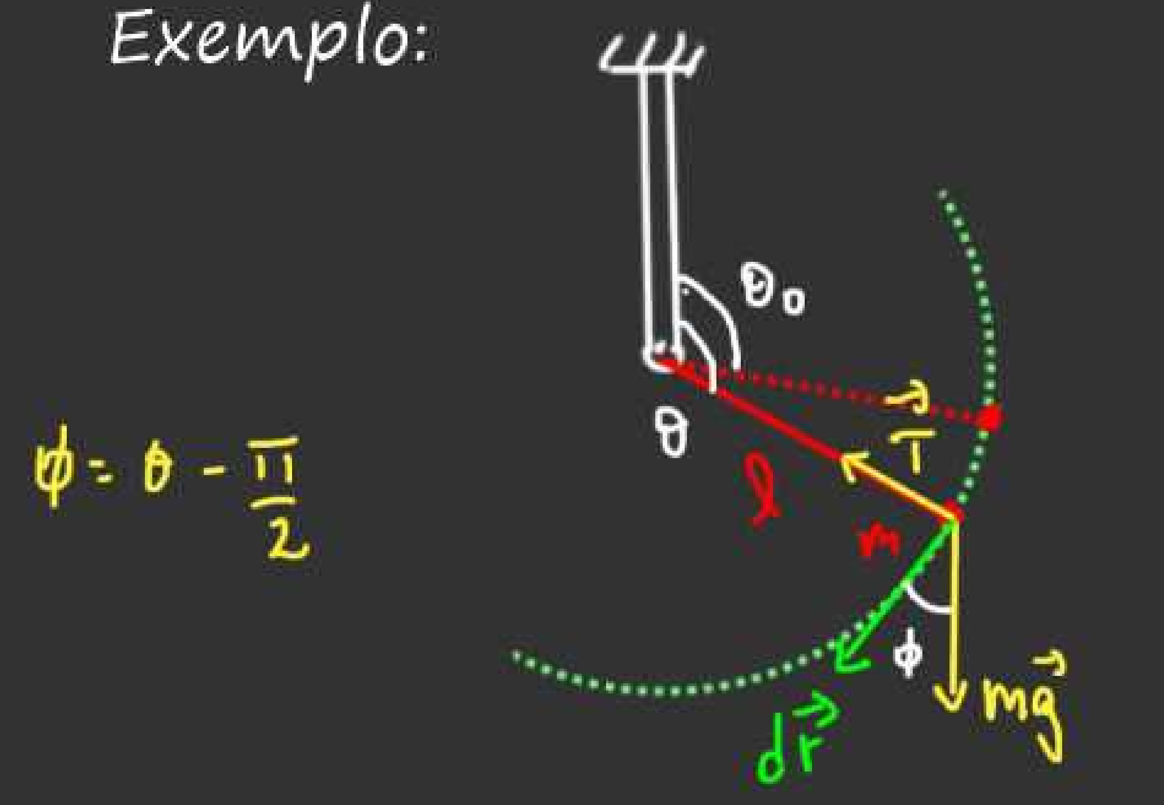
$$W_{A\to B}^{C} = \int_{A,C}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot \underbrace{d\vec{r}}_{\vec{v}\,dt} = m\int \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt = m\int \vec{v}\cdot d\vec{v}$$

$$= m\int (v_x\,dv_x + v_y\,dv_y + v_z\,dv_z) = \frac{m}{2}\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)\Big|_A^B$$

$$= \frac{m}{2}v^2\Big|_A^B = \Delta K \;;\Rightarrow\; \boxed{W_{A\to B}^{C} = K_B - K_A}$$

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\vec{v}\cdot\vec{v} \rightarrow \text{En. Cinética.}$$

Exemplo:



Partícula de massa m presa a uma haste rígida, inextensível, de massa desprezível e comprimento l. Liberada de um ângulo inicial θ_0 e com velocidade inicial v_0. Calcule a magnitude da velocidade em função do ângulo.

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}mv(\theta)^2 - \frac{1}{2}mv(\theta_0)^2$$

$$\Rightarrow v(\theta)^2 = \frac{2}{m}W + v(\theta_0)^2$$

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} \;;\quad \vec{F}\cdot d\vec{r} = (\vec{T}+m\vec{g})\cdot d\vec{r} = m\vec{g}\cdot d\vec{r} = mg\,dr\cos\phi$$

$$= mg\,dr\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right) = mg\,\text{sen}\,\theta\,dr$$

$$W = mg\int \text{sen}\,\theta\,dr \;;\quad dr = l\,d\theta$$

$$= mgl\int_{\theta_0}^{\theta}\text{sen}\,\theta\,d\theta = -mgl\cos\theta\Big|_{\theta_0}^{\theta}$$

$$= mgl(\cos\theta_0 - \cos\theta)$$

$$v(\theta)^2 = \frac{2}{m}mgl(\cos\theta_0-\cos\theta) + v(\theta_0)^2$$

$$v(\theta) = \sqrt{2gl(\cos\theta_0-\cos\theta)+v(\theta_0)^2}\,.$$

Se $\theta_0 = 0$, $v(\theta_0) = 0$:

$$v(\theta) = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$$

Posição mais baixa: $\theta = \pi$

$$v(\theta) = \sqrt{2g\underbrace{l\cdot 2}_{h}}$$