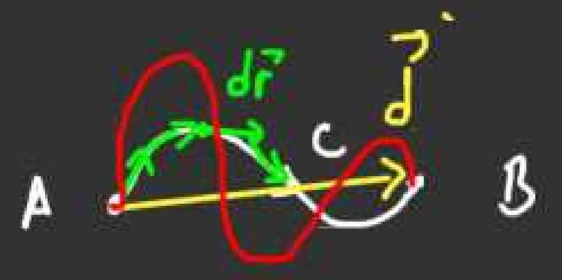
Paulo Liebgott - Departamento de Física - UFSC
paulo.liebgott@ufsc.br

CAMPOS DE FORÇA CONSERVATIVOS

MOTIVAÇÃO

i) $\vec{F}$ constante e uniforme.



$$W^{C}_{A\to B} = \int_{A,C}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \vec{F}\cdot\int_{A,C}^{B} d\vec{r} = \vec{F}\cdot\vec{d} \rightarrow \text{ind. da trajetória}$$

ii) Partícula com velocidade constante em fluido viscoso: $\vec{F} = -b\vec{v}$, $b>0$.

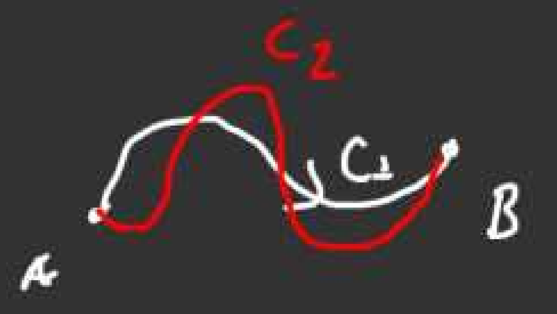
$$W^{C}_{A\to B} = \int_{A,C}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = -bv\int \hat{v}\cdot \underbrace{d\vec{r}}_{\vec{v}\,dt} = -b\int \hat{v}\cdot\vec{v}\,dt = -b\int v\,\underbrace{v\,dt}_{dr}$$

$$= -bv\int_{A,C}^{B} dr = -bv\underbrace{L}_{\text{comp. trajetória}} \Rightarrow \text{Depende da trajetória.}$$

FORÇAS CONSERVATIVAS

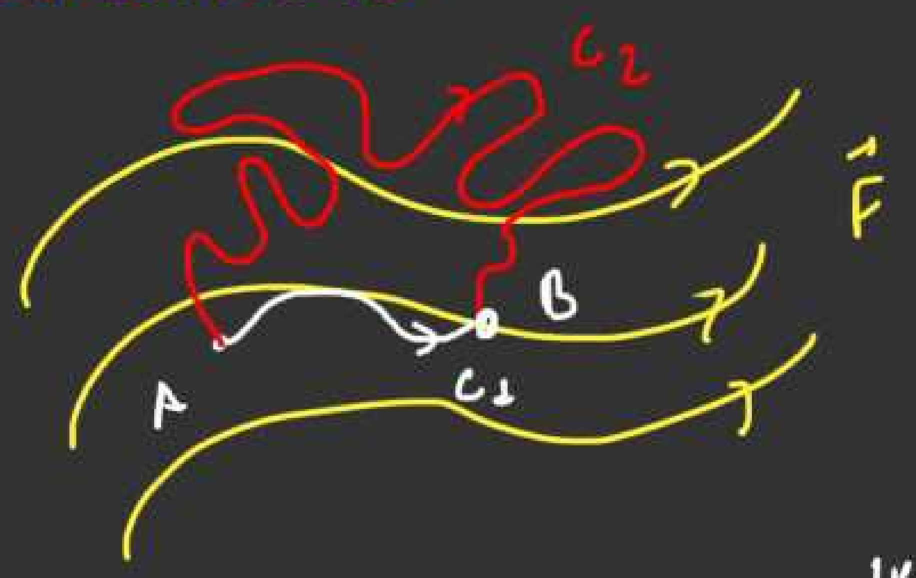
Def.: Um campo de força é dito conservativo se o trabalho por ele realizado independe do caminho,

$$W^{C_1}_{A\to B} = W^{C_2}_{A\to B}, \quad \forall\, A, B, C_1, C_2$$



Caso contrário, ele é dito não conservativo.

Todo campo de força dependente (explicitamente) do tempo é não conservativo.



$$W^{C_1}_{A\to B} = \int_{A,C_1}^{B} \vec{F}(t)\cdot\vec{v}(t)\,dt$$

$$W^{C_2}_{A\to B} = \int_{A,C_2}^{B} \vec{F}(t)\cdot\vec{v}(t)\,dt$$

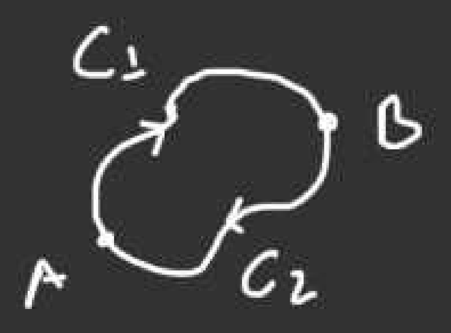
$$W^{C_1}_{A\to B} \neq W^{C_2}_{A\to B} \Rightarrow \vec{F}(t) \text{ é não cons.}$$

Teo.: Um campo de força é conservativo se e somente se o trabalho por ele realizado se anula em qualquer curva fechada (circulação sempre nula),

$$\vec{F} \text{ conservativa} \iff \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0, \quad \forall\, C.$$

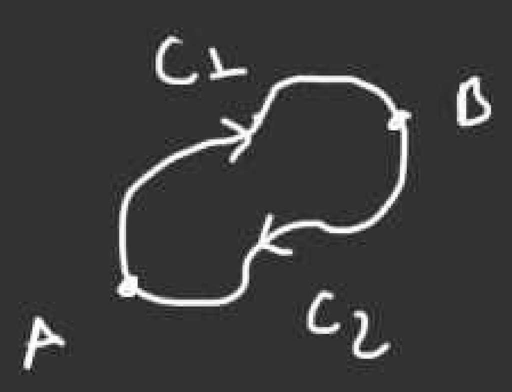
Prova:

i) $\vec{F}$ cons. $\Rightarrow \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0, \ \forall\, C.$



$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{A,C_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \underbrace{\int_{B,C_2}^{A} \vec{F}\cdot d\vec{r}}_{-\int_{A,C_2}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r}} = 0, \text{ pois } \vec{F} \text{ é cons.}$$

ii) $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0, \ \forall\, C \Rightarrow \vec{F}$ cons.



$$0 = \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{A,C_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{B,C_2}^{A} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow \int_{A,C_1}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int_{B,C_2}^{A} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{A,C_2}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} \Rightarrow \vec{F} \text{ é conservativa.}$$